

# 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques

## Der Villani-Torossian-Bericht zum Mathematik-Unterricht in Frankreich

Ilka Agricola

Der französische Bildungsminister Jean-Michel Blanquer hatte Ende 2017 die Mathematiker Cédric Villani und Charles Torossian beauftragt, die Probleme des Mathematikunterrichts an französischen Schulen zu analysieren und Vorschläge zur Verbesserung auszuarbeiten. Sie haben ihren Bericht und ihre Empfehlungen am 12. Februar 2018 dem Minister überreicht – nicht nur in Frankreich gibt es seitdem eine intensive Diskussion. Da der Bericht 100 Seiten stark ist und eine erhebliche Vertrautheit mit dem französischen Schulsystem voraussetzt, präsentieren wir hier einige Hintergrundfakten sowie eine kommentierte Zusammenfassung, ergänzt durch ein Interview mit Charles Torossian. Wir hoffen, damit eine breite Grundlage zur Verfügung zu stellen, um konstruktiv über Ähnlichkeiten und Unterschiede zur Lage in Deutschland diskutieren zu können.

### 1 Der Bericht und seine Autoren

Anlass für den Bericht war die – wenig überraschende – Feststellung, dass die Ergebnisse französischer Schüler im Fach Mathematik unzufriedenstellend sind und sich im Verlauf der letzten Jahre eher noch weiter verschlechtert haben (TIMMS-Studie 2015, landesweite Erhebung „Cedre“ 2014 u. a.). Der Erstautor, Cédric Villani, gehört sicherlich zu den schillerndsten mathematischen Charakteren unserer Zeit und ist der mathematischen Community wohlbekannt: Mathematikprofessor an der Universität Lyon (Arbeitsgebiet partielle Differentialgleichungen und statistische Mechanik), Fields-Medaillen-Gewinner 2010, Direktor des *Institut Henri Poincaré* von 2009 bis 2017, seitdem Abgeordneter des *Département Essonne* (Großraum Paris). Auch der zweite Autor, Charles Torossian, ist ein „echter“ Mathematiker: Forscher am CNRS von 1991 bis 2009 (Arbeitsgebiet Gruppentheorie und Darstellungstheorie), seitdem Generalinspekteur des „Ministeriums für Nationale Bildung“. Über 20 weitere Mitarbeiter und Experten haben sich der Tour de Force gestellt, binnen vier Monaten den Bericht abzuschließen. Dazu wurden unter anderem 16 Expertenanhörungen (inkl. 250-seitigem Fragebogen) sowie 15 „runde Tische“ organisiert.

### 2 Kernelement des Berichts

Der Bericht enthält 21 Hauptforderungen (Maßnahmen) und 32 Empfehlungen, gegliedert in fünf Bereiche, die einem Rundumschlag des Mathematikunterrichts gleichkommen: Sie betreffen von der Lehramtsausbildung bis

zur Unterrichtsorganisation, von der Grundschule bis zum Abitur, vom AG-Angebot bis zu Schulbüchern so ziemlich alle Aspekte des Mathematiklernens, die man sich vorstellen kann. So verwundert es nicht, dass eine der Hauptthesen des Berichts die ist, dass die vorgestellten Maßnahmen nur dann erfolgreich sein werden, wenn sie alle Stadien und Ebenen des „Bildungszyklus“ erfassen und in einer gewaltigen kollektiven Anstrengung umgesetzt werden. Die nachhaltige Verbesserung des Mathematikunterrichts soll deswegen zu einer nationalen Priorität erhoben werden.

### 3 Das Bild von Mathematik

Über viele Jahrzehnte hatte die Mathematik an französischen Gymnasien die – ziemlich undankbare – Rolle eines Selektionsfachs: Wer später erfolgreich sein wollte, musste gute Mathematiknoten haben (etwa, um an einer *Grande école* aufgenommen zu werden – selbst wenn man Philosophie oder Politik studieren wollte). Dies führte einerseits zu einem hohen Niveau und einer starken Motivation der Schüler (wenngleich aus nicht im Fach begründeten Motiven), gleichzeitig machte es Mathematik über alle Maßen zu einem wenig geliebten Angstfach. Auch wenn sich diese Zustände seit Mitte der 90er Jahre abgeschwächt haben, sind diese Gedanken doch immer noch präsent. Entsprechend kann man die ketzerische Frage stellen: Welchem Zweck dient die Verbesserung der schulischen Mathematikausbildung? Villani und Torossian distanzieren sich in ihrem Bericht ganz klar von jeglicher utilitaristischer Sicht der Mathematik; ja, es werden mehr Mathematiker, Informatiker und Naturwissenschaftler benötigt, aber es

geht ihnen vor allem um Mathematik als ein Fach „für aufgeklärte Bürger“, um die Reduktion des „Leidens der Schüler“, und um die Querbezüge zu anderen Fächern. Entsprechend gilt es, wieder mehr Interesse und Spaß an dem Fach an sich zu wecken und durch einen gestuften und vielfältigen Unterricht allen Schülern ein Angebot zu machen. Schließlich soll der Mathematikunterricht diejenigen, die ein naturwissenschaftliches Studium anstreben, hierauf angemessen vorbereiten.

#### 4 „Die Singapur-Methode“

Was in Deutschland die Nachwirkungen des PISA-Schocks sind, ist in Frankreich die landesweite Debatte um „die Singapur-Methode“, die es so gar nicht gibt. Gemeint ist ein idealtypischer Mathematikunterricht, wie er u. a. in Singapur extrem konsequent (und unter optimalen, nur bedingt übertragbaren Bedingungen – etwa: homogene Schülerschaft, anderer kultureller und gesellschaftlicher Stellenwert der Bildung ...) seit einigen Jahrzehnten sehr erfolgreich umgesetzt wird. Allerdings verstehen nicht alle französischen Fachdidaktiker unter diesem Label das Gleiche, zum Teil handelt es sich um banale Allgemeinplätze und in der Debatte wird es oft als Schlagwort benutzt für ein Schulsystem, das vor allem eines ist: anders. Neben der Verbesserung der Rahmenbedingungen (Lehrerfortbildung, Schulausstattung usw.) wollen die Autoren für den Mathematikunterricht v. a. die konsequente Umsetzung des EIS-Prinzips von Singapur übernehmen. Dieses unterscheidet drei Lernebenen, die konsequent aufeinander aufbauen sollen:

- Enaktive Handlungsebene (etwa: Neun Murmeln unter drei Schülern aufteilen)
- Ikonische Handlungsebene (etwa: Murmeln auf dem Papier durch Punkte darstellen)
- Symbolische/abstrakte Handlungsebene (etwa: Einführen von Konzepten, Variablen ...; dabei starke Betonung des Formulierens, Argumentierens)

Weiterhin liegt der Schwerpunkt nicht auf dem Zählen/Nummerieren, sondern auf dem Entdecken der Zahlen aufgrund ihrer Zerlegungen ( $6 = 5 + 1 = 4 + 2 = 2 \times 3$ ) sowie den praktischen Anwendungen. Bemerkenswert ist, dass hierbei im Bericht die Unterscheidung zwischen „Zählen“ und „Rechnen“ stark betont wird. Die Autoren Villani und Torossian versuchen in ihrem Bericht zudem herauszustellen, dass es sich hierbei um eine Synthese der Ideen vieler Mathematiker, Mathematikdidaktiker und Psychologen handelt, und nennen etwa Jérôme Bruner, George Polya, Jean Piaget, Zoltan Dienes, Lev Vygotsky, Benjamin Bloom, Maria Montessori ganz explizit.

Ein Beispiel, das die Autoren oft in Interviews zur Veranschaulichung wählen, sind drei Pyramiden in einem Würfel: Schüler erforschen zunächst die Pyramiden und Würfel selbst (Aussehen; gleiche Höhe und Basis, aber andere Form), dann erkunden sie mit Sand oder Wasser das Volumen der Pyramiden und vergleichen es mit dem des Würfels, am Ende steht die Erkenntnis, dass der Volumeninhalt einer Pyramide

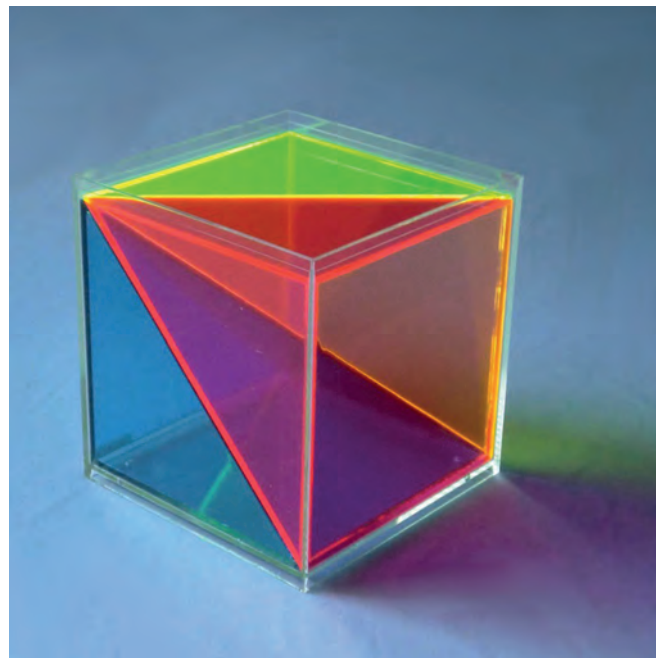


Foto: Ramona Trushheim, Mathematische Modellsammlung Marburg

immer gleich einem Drittel des Volumeninhalts des „Vergleichswürfels“ ist. Im optimalen Fall wird das Thema in der Oberstufe im Rahmen der Integralrechnung (Verallgemeinerung für Pyramide und Zylinder über einer beliebigen Basis) wieder aufgegriffen und der Faktor Drei dann allgemein hergeleitet.

#### 5 Worüber der Bericht nichts sagt

Obleich der Villani-Torossian-Bericht sehr umfangreich ist, gibt es zwei wesentliche Punkte, zu denen er sich bewusst nicht äußert – diese sind Lehrpläne und Finanzen. Die letzte Reform der Lehrpläne erfolgte 2015, sie ist also noch gar nicht (vollständig) implementiert und evaluiert. Die Autoren vertreten die Auffassung, dass dieser Punkt in der Vergangenheit überbetont wurde, die Erfahrung aber zeige, dass sich die Probleme nicht alleine durch Lehrplananpassungen lösen lassen. Bei den Finanzen ist es sicher klug gewesen, hier keine Angriffsfläche zu bieten; letztlich wird die These vertreten, dass es nicht einfach um „mehr Geld“ gehe, sondern um einen nachhaltigen Kulturwandel.

#### 6 Hintergrundinformationen I Das französische Schulsystem

Das französische Schulsystem unterscheidet sich stark vom deutschen. Die Schulzeit ist grob gegliedert in

- 5 Jahre Grundschule (*École Primaire, enseignement du premier degré*)
- 4 Jahre *Collège*; es schließt mit dem *Brevet*, dem mittleren Schulabschluss ab. Hier endet normalerweise die Schulpflicht.

- 3 Jahre *Lycée*, es schließt mit dem *Baccalauréat* (kurz *bac*) ab, der allgemeinen Hochschulzugangsberechtigung. Die erste Klasse des *Lycée* dient der Orientierung, danach kann man sich in einer von drei „Sektionen“ spezialisieren (*section littéraire, scientifique, économique*). Wir gehen hier nicht weiter auf den Spezialfall der Berufsschulen ein (*lycées professionnels*).
  - *Collège* und *Lycée* zusammen bilden die Sekundarstufe (*enseignement du second degré* oder einfach nur *le secondaire*) – wir werden sie so nennen, auch wenn sie nicht exakt der deutschen Sekundarstufe entspricht.
- Jede Hochschulbildung wird normalerweise in der Form „bac+x“ angegeben, um die Dauer der Ausbildung nach dem Abitur (x Jahre) anzugeben. Wir werden dieser Schreibweise folgen, weil sie sehr effizient und verbreitet ist.

## 7 Hintergrundinformationen II Die Lehramtsausbildung in Frankreich

Es mag verwundern, aber die Lehramtsausbildung in Frankreich ist – trotz eines stark zentralistischen Staatswesens – sehr vielfältig und unübersichtlich, gezeichnet von vielen Reformen und mit vielen alternativen Wegen ins Lehramt, die wenig oder gar keine didaktische/pädagogische Ausbildung voraussetzen. Die Gründe sind historischer Natur und gehen letztlich auf das Verständnis vom Staat, seiner Schulen und seiner Beamten zurück, wie es sich seit Napoléon Bonaparte entwickelt hat und in zahlreichen Reformen umgesetzt wurde. Diese Ideen waren vor 200 Jahren sehr modern, haben aber den Konstruktionsfehler, dass sie Parallelstrukturen zu den Universitäten etablierten, die bis heute existieren. Nach dieser Auffassung sollte der Staat an den eigens dafür gegründeten *Écoles Normales Supérieures* (ENS) den Lehrkörper für die staatlichen, ebenfalls neu gegründeten *Lycées* ausbilden (zuvor wurde höhere Bildung v. a. an kirchlichen Schulen und Priesterseminaren vermittelt). Die Ausbildung der Grundschullehrer erfolgte an Spezialklassen, die den *Lycées* angegliedert waren, später an den *Écoles Normales Primaires* (ENP), ähnlich den Pädagogischen Hochschulen. Damals wie heute steht am Ende immer ein Wettbewerb, der über die Übernahme in den Schuldienst entscheidet (die Erfolgsquote hängt stark von der Schulform und dem Fach ab, liegt aber heutzutage typischerweise deutlich unter 50 %).

An dieser Grundstruktur hat sich bis zum Ende des 20. Jahrhunderts nicht viel geändert. Bis 1990 bestand die Ausbildung eines Grundschullehrers an einer ENP aus *bac+2 + x*. Diese Schulen waren sehr elitär, mit diversen Weiterbildungsmöglichkeiten (das ist das *x*) und haben nie den Bedarf an Lehrern decken können, man rekrutierte Quereinsteiger direkt vor Ort (oft aus der eigenen Schülerschaft) und über diverse andere Wege, etwa eine *Licence* (*bac+3*), wobei dieser Abschluss nur sehr selten in einem MINT-Fach war. Analog wurden die Sekundarlehrer in geringer Zahl an den ENS ausgebildet oder, in der Mehrheit, per Wettbewerb nach einer *Licence* in ei-

nem Unterrichtsfach rekrutiert. In beiden Fällen waren für Quereinsteiger diverse Praktika und Weiterbildungsmaßnahmen vorgesehen. Gewisse Ämter standen den Quereinsteigern nicht offen, z. B. konnten sie nicht Schuldirektoren oder Schulinspektoren werden.

Von 1990 bis 2013 wurde die Lehramtsausbildung in den neu gegründeten IUFM (*Instituts Universitaires de Formation des Maîtres*) sichergestellt, die an die Universitäten angegliedert, aber nicht integriert waren. Ziel war es, dass die Ausbildung der Lehrer der Primar- und Sekundarstufe sich annähert (mehr akademische Ausbildung für die Primarstufe, mehr Fachdidaktik und Pädagogik für die Sekundarstufe). Damit einher gingen Verbesserungen in der Besoldung der Grundschullehrer und mehr Durchlässigkeit zwischen der Lehrtätigkeit in der Grundschule und dem *Collège*. Allerdings bestand auch weiterhin die Möglichkeit, sich anders auf die Rekrutierungswettbewerbe vorzubereiten. Politisch waren die IUFM immer wieder umstritten, wurden verändert, reformiert – und 2013 letztlich in der alten Form abgeschafft. Seitdem gibt es die *Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation* (ESPE), die reguläre Fakultäten an den Universitäten sind.

Der Standardweg in die Schule sieht nun so aus: Man schließt an der Universität eine dreijährige *Licence* (Bachelor) in einem relevanten Unterrichtsfach ab, danach einen zweijährigen „Lehramts-Master“ (*Master MEEF – Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation*), den es in vier verschiedenen Spezialisierungen gibt. Insgesamt also eine Ausbildung der Form *bac+3 + 2* für alle Lehrer, wobei empfohlen wird, sich bereits während der *Licence* mit Praktika und Schulhospitationen vorzubereiten. Insbesondere ist es nicht zwingend, dass Gymnasiallehrer zwei Fächer unterrichten können, auch wenn es oft vorkommt. Die Einschreibung im Lehramts-Master ist heute Pflicht für die Teilnahme am Rekrutierungswettbewerb und findet am Ende des ersten Masterjahres statt.

Die Fachdidaktik wird allerdings in der Regel nicht an den (noch nicht lange existierenden) ESPE unterrichtet, sondern an einem *Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM). Diese Forschergruppen sind meist Teil der mathematischen Fachbereiche der Universitäten. Sie organisieren Tagungen, Vorträge, Weiterbildungsangebote usw. und sind der eigentliche Ort fachdidaktischer Forschung.

## 8 Hintergrundinformationen III – GRIP und SLECC

Die französische Sprache liebt Abkürzungen und Akronyme, im Bildungssektor tummeln sich besonders viele davon. Zwei, die sich nicht sofort erschließen, sind GRIP und SLECC.

GRIP (*Groupe de Réflexion Interdisciplinaire sur les Programmes*, in etwa: Interdisziplinärer Thinktank für Lehrpläne) ist ein privater, aber recht breit aufgestellter Verein, der eigene Vorschläge für Lehrpläne, Methoden, Lehrbücher und Unterrichtsmaterialien erarbeitet. Sein Präsident ist der bekannte Professor für Komplexe Geometrie Jean-Pierre Demailly. Aus ihm hervorgegangen ist das

Schulnetzwerk SLECC (*savoir lire, écrire, compter, calculer*: Lesen, schreiben, zählen, rechnen können), das im Rahmen einer Öffnungsklausel die erarbeiteten Programme und Methoden für begrenzte Zeit umgesetzt hat; mittlerweile handelt es sich eher um ein Netzwerk einzelner Lehrkräfte oder Schulen, die im Rahmen der bestehenden Lehrpläne einzelne Aspekte von SLECC in den Unterricht integrieren. Aufgrund der intensiven Kontakte zu den mathematischen Forschern sind GRIP und SLECC recht einflussreich.

#### Danksagung.

Ich danke meinen Kollegen Thomas Bauer (Marburg) und Christian Kassel (Straßburg) für ihre kritische Durchsicht dieser Texte und viele wertvolle Bemerkungen.

#### Weiterführende Links

##### In französischer Sprache

Originalbericht: [tinyurl.com/y8w3axe8](https://tinyurl.com/y8w3axe8)

Homepage der Initiative SLECC (*savoir lire, écrire, compter, calculer*), die als eine mögliche Methode für Experimentiergrundschulen im Bericht erwähnt werden. Sie gilt als eher konservativ (nah an den Methoden, wie sie 1945–1970 verwendet wurden): [www.instruire.fr](http://www.instruire.fr), [slecc.fr](http://slecc.fr).

Blog von Luc Cédelle, Journalist bei der Zeitung *Le Monde*, der die Debatten um den mathematischen Anfangsunterricht gut wiedergibt: [tinyurl.com/y9mhhao8](https://tinyurl.com/y9mhhao8)

Webseite des Verbunds der IREM: [www.univ-irem.fr](http://www.univ-irem.fr)

##### In englischer Sprache

Allgemeine Informationen zum französischen Schulsystem: [tinyurl.com/y94oovmp](https://tinyurl.com/y94oovmp)

„Schools that build confidence“ – Pressemitteilung vom September 2017 [tinyurl.com/ydfjbqda](https://tinyurl.com/ydfjbqda)

Wikipedia-Seite zum Mathematik-Unterricht in Singapur: [en.wikipedia.org/wiki/Singapore\\_math](https://en.wikipedia.org/wiki/Singapore_math)

##### In deutscher Sprache

„Singapur – und jetzt werden alle kreativ“. Artikel aus der ZEIT 07/2017 [tinyurl.com/y8t8xtcl](https://tinyurl.com/y8t8xtcl)

## 21 Maßnahmen für den Mathematik-Unterricht in Frankreich Die Hauptforderungen des *Rapport Villani–Torossian*

Alle Maßnahmen und Empfehlungen werden im Originalbericht in einem oder mehreren separaten Absätzen erläutert und dann in sehr wenigen Worten zusammengefasst. Die Nummerierung und Kurzüberschriften der Maßnahmen sowie die Überschriften der fünf „Blöcke“ entsprechen denen im Originalbericht. Die hier gegebene Beschreibung ist eine Synthese dieser Erläuterungen und Zusammenfassungen, weshalb die von den Autoren gewählten Kurzüberschriften nicht immer 100 % passend erscheinen. Die wichtigsten Empfehlungen wurden an der jeweils passenden Stelle bei den Maßnahmen mit aufgenommen. Entsprechend hat eine Auswahl stattgefunden, welche Empfehlungen und Aspekte in dieser Zusammenfassung vorkommen – und welche nicht. Wichtige französische Begriffe sind kursiv gesetzt.

### 1 Lehramtsausbildung

Eine *Licence* (bac+3) für das Grundschullehramt einführen, die alle dort unterrichteten Fächer und Fähigkeiten (lesen, schreiben, rechnen, zählen) abdeckt, dabei Spezialisierung auf ein Fach zulassen; als Fernziel sollten die Lehrer einer Grundschule auf diese Weise für jedes Fach mindestens einen darin besonders ausgewiesenen Kollegen haben. Alternativ eine „Mehr-Fach-*Licence*“ (*parcours pluridisciplinaire*) anbieten.

In den klassischen Fächern der *Licence* Nebenfächer einführen; Mathematik als Nebenfach in allen geisteswissenschaftlichen Fächern zulassen.

Den Anteil der Fachdidaktik im „Lehramts-Master“ (*Master MEEF*) deutlich erhöhen.

### 2 Mathematik in den „Rep+“-Schulen<sup>1</sup>

Mathematik ab September 2018 als nationale Priorität in den „Rep+“-Schulen und ab 2020 in allen „Rep“-Schulen implementieren.

### 3 Experimentierklauseln

In der Sekundarstufe an ausgewählten Schulen (Ziel: ca. 200 Schulen) verschiedene fachdidaktische Methoden ausprobieren und wissenschaftlich solide evaluieren; Kandidaten hierfür sind Anpassungen der „Singapur-Methode“ und der SLECC-Vorschläge.

### 4 Ausstattung mit Lernmaterialien

Schulen mit mathematischen Modellen und Materialien nebst Anleitungen und Anwendungsbeispielen ausstat-

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/327956727>

# 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques / Der Villani-Torossian-Bericht zum Mathematik-Unterricht in Frankreich

Article in *Mitteilungen der DMV* · September 2018

DOI: 10.1515/dmvm-2018-0033

CITATIONS

0

READS

22

1 author:



Ilka Agricola

Philipps University of Marburg

80 PUBLICATIONS 585 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Collection of Mathematical Models of Philipps Universitaet Marburg [View project](#)



Connections with skew torsion on almost 3-contact metric manifolds [View project](#)