

## Voraussetzungen für den Mathezirkel

Der Mathezirkel richtet sich primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir setzen nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe voraus und freuen uns sehr, wenn auch interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen. Falls du in der Mittelstufe bist und Interesse hast, aber wegen der Vorkenntnisse noch unsicher bist, melde dich doch einfach an und probiere es aus!

## Anmeldung und Teilnahme

Zur Teilnahme am 22.04.2023 bzw. am 13.05.2023 bzw. am 17.06.2023 **melde dich bitte** mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite **bis spätestens zum 18.04.2023 bzw. 09.05.2023 bzw. 13.06.2023 verbindlich** per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Sofern du **nicht volljährig** bist, sollten deine Eltern das Anmeldeformular ebenfalls unterschreiben.<sup>1</sup> Natürlich kannst du dich mit dem Anmeldeformular direkt für alle drei Mathezirkel-Treffen zusammen anmelden.

## Teilnahmebescheinigungen

Bei jedem virtuellen Mathezirkel-Treffen wird eine Teilnehmerliste geführt, und nach dem letzten Termin dieser Runde erhalten alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer eine **Teilnahmebescheinigung**, auf der die Themen der besuchten Mathezirkel-Treffen aufgelistet sind.<sup>2</sup> Wenn du eine Teilnahmebescheinigung erhalten möchtest, melde dich beim Zugang zur Videokonferenz-Software BigBlueButton bitte mit „Vorname Nachname“ an.

<sup>1</sup>Hinweis: Bitte beachte, dass Gefährdungen der Vertraulichkeit und der unbefugte Zugriff Dritter bei einer Kommunikation per unverschlüsselter E-Mail nicht ausgeschlossen werden können. Sofern gewünscht, kannst du Dokumente, die du uns per E-Mail zusendest, durch ein Passwort schützen (z.B. durch 7-ZIP) und uns das Passwort auf anderem Wege (z.B. per Telefon) mitteilen. Auf Wunsch kannst du uns das Anmeldeformular auch per Post zusenden.

<sup>2</sup>Dokumente, wie Teilnahmebescheinigungen, schicken wir auf Wunsch und nach Rücksprache auch verschlüsselt oder postalisch zu. Für den Fall, dass du uns dafür deine Postadresse mitteilst, wird diese nach dem Versand unverzüglich gelöscht.

## Virtuelle/Online Mathezirkel-Treffen mit der Videokonferenz-Software BigBlueButton

Alle Mathezirkel-Treffen finden **virtuell/online** statt. Die **Materialien** und die **Zugangsdaten** zu der Videokonferenz-Software BigBlueButton werden normalerweise am **Mittwoch vor dem jeweiligen Mathezirkel-Treffen** per E-Mail verschickt. Solltest du trotz Anmeldung zu einem Treffen bis einschließlich Donnerstag davor keine E-Mail bekommen haben, weil etwas mit der E-Mail-Kommunikation schiefgegangen ist, so melde dich bitte bei: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

Der Online-Zugang zu der Videokonferenz-Software **BigBlueButton** erfolgt über den Webbrowser (vorzugsweise: Chrome; ungünstig: Safari, Opera), so dass keine spezielle Software erforderlich ist.

## Kontakt und Webseite

Scanne diesen Barcode, um zur **Mathezirkel-Webseite** mit den aktuellen Terminen zu kommen:  
[math.uni-paderborn.de/mathezirkel/](http://math.uni-paderborn.de/mathezirkel/)



## Leitung des Mathezirkels:

AOR Dr. Kerstin Hesse  
Universität Paderborn  
Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik  
Institut für Mathematik  
Warburger Straße 100  
33098 Paderborn

Büro: Gebäude D, Raum D1.217  
Tel.: 05251 60-2605  
E-Mail: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Mathematiker schwärmen von der Schönheit der Mathematik. Sie sind begeistert von eleganten Beweisen und ihrer Logik und klaren Sprache.

Mathematik bereitet vielen Personen Schwierigkeiten; erst wenn sie verstanden ist, wird ihre Eleganz, Schönheit und Einfachheit sichtbar.

Mathematik ist spannend, überraschend und wunderschön und kann fast jedem großes Vergnügen bereiten.

Das Ziel des **Paderborner Mathezirkels** ist es, dir diese Schönheit und Eleganz der Mathematik zu vermitteln.

Der Mathezirkel trifft sich im Frühjahr und Sommer 2023 **virtuell/online** (mit der Videokonferenz-Software BigBlueButton) an den folgenden ausgewählten Samstagsterminen: am **22.04.2023**, am **13.05.2023** und am **17.06.2023**, jeweils **von 10:00 bis 13:00 Uhr**. Das Programm findest du rechts.

Für den Mathezirkel werden nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe vorausgesetzt. Der Mathezirkel richtet sich damit primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir freuen uns sehr, wenn interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen.

Zur Teilnahme am 22.04.2023 bzw. am 13.05.2023 bzw. am 17.06.2023 melde dich bitte mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite bis spätestens zum 18.04.2023 bzw. 09.05.2023 bzw. 13.06.2023 verbindlich per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail-Adresse: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Bei Fragen zum Mathezirkel schicke mir bitte einfach eine E-Mail an die folgende E-Mail-Adresse: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

Ich freue mich sehr, wenn du am Mathezirkel des Instituts für Mathematik der Universität Paderborn teilnimmst!

Mit herzlichen Grüßen



Dr. Kerstin Hesse  
(Akademische Oberrätin, Leitung des Mathezirkels)

## Wo und wann findet der Mathezirkel statt?

**Termine:** Der Mathezirkel findet im Frühjahr und Sommer 2023 **virtuell/online** an den folgenden ausgewählten Samstagsterminen statt: am 22.04.2023, am 13.05.2023 und am 17.06.2023, jeweils von 10:00 bis 13:00 Uhr. Die Mathezirkel-Treffen bauen inhaltlich nicht aufeinander auf.

**Zugangsdaten und Materialien:** Die Materialien und die Zugangsdaten zu den einzelnen Online-Treffen (mit der Videokonferenz-Software BigBlueButton) werden normalerweise am Mittwoch vor dem jeweiligen Mathezirkel-Treffen per E-Mail verschickt.

### Programm am 22.04.2023

#### Aufteilung von Flächen und unendliche Reihen

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Als Einstieg führt uns die fortgesetzte Halbierung eines Quadrats der Seitenlänge 1 mit rein geometrischen Überlegungen auf  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$ . Diese „unendliche Summe“ ist unser erstes Beispiel für eine sogenannte „(unendliche) Reihe“, und sie hat offenbar den Zahlenwert 1. Dabei ist es i.A. keineswegs klar, ob das Aufsummieren unendlich vieler Zahlen wie bei diesem Beispiel einen endlichen Wert liefert (also, mathematisch ausgedrückt, ob die Reihe „konvergiert“)! Wir lernen intuitiv die Grundlagen über Reihen kennen, und wir untersuchen verschiedene einfache Reihen mit elementaren Mitteln darauf hin, ob sie konvergieren (also gegen einen Zahlenwert streben) oder nicht konvergieren (d.h. „divergieren“). – Es werden keine Kenntnisse über Folgen oder Reihen vorausgesetzt.

### Programm am 13.05.2023

#### Die 365 Beweise des Satzes des Pythagoras

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Der Satz des Pythagoras besagt, dass in einem rechtwinkligen Dreieck mit Hypotenuse der Seitenlänge  $c$  und Katheten der Seitenlängen  $a$  und  $b$  immer  $a^2 + b^2 = c^2$  gilt. Für diesen Satz gibt es (mindestens)

365 Beweise! In diesem Mathezirkel-Treffen wirst du selbst einige dieser Beweise durchführen. Wir werden dabei sowohl rein geometrische Beweise als auch geometrisch motivierte algebraische Beweise herleiten. Weiter beweisen wir den Höhensatz und den Kathetensatz für rechtwinklige Dreiecke. – Alle benötigten Hilfsmittel aus der Trigonometrie (Satz über die Innenwinkelsumme im Dreieck, Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks, die Sätze über ähnliche bzw. kongruente Dreiecke) werden zu Beginn des Workshops kurz wiederholt.

### Programm am 17.06.2023

#### Fixpunktiteration und Fixpunktsatz

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Einen Punkt  $x$ , in dem  $f(x) = x$  für eine Funktion  $f$  gilt, nennt man einen Fixpunkt der Funktion  $f$  (weil  $x$  von  $f$  auf sich selbst abgebildet wird, also „fix“ bleibt). Z.B. hat  $f(x) = x^3$  zwei Fixpunkte, nämlich  $x = 1$  und  $x = -1$ . Fixpunktgleichungen  $f(x) = x$  spielen an vielen Stellen in der Mathematik eine wichtige Rolle. Z.B. hilft es manchmal, ein Nullstellenproblem  $f(x) = 0$  in eine Fixpunktgleichung  $g(x) = x$  mit einer geeigneten Funktion  $g$  (die von  $f$  abhängt) umzuwandeln. Dieses ist natürlich nur dann von praktischem Interesse, wenn sich die Nullstelle bzw. der Fixpunkt nicht einfach berechnen lässt. – Bei dem numerischen Verfahren der Fixpunktiteration zur Bestimmung eines Fixpunkts  $z$  einer Funktion  $f$  werden ausgehend von einem Startwert  $x_0$  mit  $x_{n+1} = f(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , nacheinander neue  $x$ -Werte berechnet. Es ist zunächst sehr überraschend, dass die Fixpunktiteration  $x_{n+1} = f(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , unter geeigneten Voraussetzungen an  $f$  und für einen hinreichend guten Startwert  $x_0$  mit wachsendem  $n$  durch  $x_{n+1} = f(x_n)$  immer bessere Näherungswerte für den Fixpunkt  $z$  liefert! Unter welchen Voraussetzungen das passiert, erklärt der Fixpunktsatz, der auch bewiesen wird. Wir wenden die Fixpunktiteration für verschiedene Beispiele an und untersuchen diese sowohl experimentell (Anwenden des Verfahrens) als auch theoretisch. – Die Programmierung der Fixpunktiteration erfolgt mit Excel-Tabellenkalkulation, d.h. du solltest Excel bzw. ein vergleichbares Programm zur Verfügung haben.